ENA – 2023 – Gabarito com Soluções

---

1. A área do triângulo cujos lados medem 5, 12 e 13 é igual a

(A) 28.

(B) 29.

(C) 30.

(D) 31.

(E) 32.

Solução da questão 1
Resposta: C

Como $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$, o triângulo é retângulo.

Portanto, a área é igual a $\dfrac{5 \cdot 12}{2} = 30$.

---

2. Numa classe de 50 alunos, 36 foram aprovados. O percentual de alunos **reprovados** nesta classe é

(A) 14%.

(B) 28%.

(C) 36%.

(D) 50%.

(E) 72%.

Solução da questão 2
Resposta: B

Foram reprovados $50 - 36 = 14$ e assim a porcentagem de alunos reprovados é dada por $\dfrac{14}{50} = \dfrac{28}{100} = 28\%$.

---

3. O gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax + b$, intersecta o eixo horizontal OX no ponto de abscissa igual a 4 e o eixo vertical OY no ponto de ordenada igual a -12. O valor de $a + b$ é igual a

(A) -5.

(B) -6.

(C) -7.

(D) -8.

(E) -9.

Solução da questão 3
Resposta: E

Tem-se que $4 \cdot a + b = 0$ e $0 \cdot a + b = -12$.

Logo $b = -12$ e $a = 3$, portanto $a + b = -9$.

---

4. Todas as funções abaixo têm como gráficos parábolas cujos vértices estão no primeiro quadrante, **exceto**:

(A) $y = -(x+1)(2-x)$

(B) $y = (x+2)(3-x)$

(C) $y = -3x^2 + 6x + 7$

(D) $y = 2(x-1)^2 + 3$

(E) $y = x^2 - 20x + \dfrac{201}{2}$

Solução da questão 4
Resposta: A

Denotemos por V o vértice da parábola, então segue que os vértices das parábolas são dadas abaixo:

$$y = -(x+1)(2-x) = x^2 - x - 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \Longrightarrow V = \left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right).$$

$$y = (x+2)(3-x) = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \Longrightarrow V = \left(\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right).$$

$$y = -3x^2 + 6x + 7 = -3(x-1)^2 + 10 \Longrightarrow V = (1, 10).$$

$$y = 2(x-1)^2 + 3 \Longrightarrow V = (1,3).$$

$$y = x^2 - 20x + \frac{201}{2} = (x-10)^2 + \frac{1}{2} \Longrightarrow V = \left(10, \frac{1}{2}\right).$$

Portanto todas as parábolas têm vértice no primeiro quadrante, **exceto** a do item (A).

---

5. Considere uma progressão geométrica cujo primeiro termo é igual a 4 e a razão é igual a 5.

O menor valor de n para o qual a **soma** dos primeiros n termos da progressão é maior que 2600 é:

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

(E) 7.

Solução da questão 5
Resposta: C

A expressão da **soma** dos n primeiros termos de uma progressão geométrica é dada por $\dfrac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$.

Pelo enunciado, devemos ter $5^n - 1 > 2600$, ou seja, $5^n > 2601$.

Portanto o **menor** valor de n ocorre para $n = 5$, já que $5^5 = 3125$ e $5^4 = 625$.

Solução Alternativa

Os cinco primeiros termos da progressão geométrica são: 4, 20, 100, 500, 2500.

A soma dos quatro primeiros termos é igual a 624.

A soma dos cinco primeiros termos é igual a 3124.

Portanto, o menor índice cuja soma dos n primeiros termos é maior do que 2600 é $n = 5$.

---

6. Se a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética é dada pela expressão $S_n = 3n^2 + 2n$, pode-se concluir que o décimo termo da progressão aritmética é igual a

(A) 44.

(B) 59.

(C) 65.

(D) 104.

(E) 320.

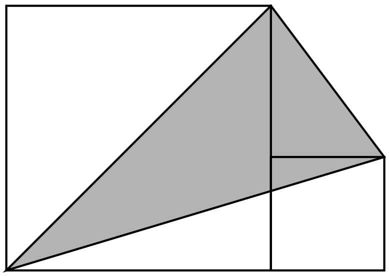
Solução da questão 6
Resposta: B

Se a_n é o n-ésimo termo da progressão aritmética, temos que

$a_{10} = S_{10} - S_9 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 - (3 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9) = 320 - 261 = 59.$

---

7. Considere dois quadrados de lados 7 e 3, justapostos como na figura abaixo.



A área do triângulo sombreado é

(A) 29.

(B) $\dfrac{35\sqrt{2}}{2}$.

(C) $\dfrac{5\sqrt{109}}{2}$.

(D) $\dfrac{67}{2}$.

(E) $\dfrac{49}{2}$.

Solução da questão 7
Resposta: E

Completando a figura dada de modo que tenhamos um retângulo de base igual a 10 e altura 7, podemos observar que a área pedida será dada pela área do retângulo acima, subtraindo as áreas dos triângulos retângulos de catetos 10 e 3, 3 e 4, 7 e 7 .

Portanto a área pedida é igual a $70 - (6 + 15 + \dfrac{49}{2}) = \dfrac{49}{2}$.

---

8. João aumentou para $1,25$ a velocidade de exibição de um vídeo de 12 minutos de duração. Ao iniciar a exibição, quanto tempo demorou até o vídeo encerrar?

(A) 15 minutos.

(B) 12 minutos.

(C) 10 minutos e 30 segundos.

(D) 9 minutos e 36 segundos.

(E) 9 minutos e 6 segundos.

Solução da questão 8
Resposta: D

As grandezas velocidade de exibição do vídeo e tempo de duração estão relacionadas de tal modo que quanto maior for a velocidade, menor será o tempo de exibição. Além do mais, vejamos que, dobrar, triplicar a velocidade, implica reduzir o tempo de exibição pela metade, terça parte etc. Temos, portanto, duas grandezas inversamente proporcionais.

Deste modo, ajustar a velocidade de exibição em $1,25$, ou seja, multiplicar a velocidade por $\frac{5}{4}$, implica dividir o tempo de exibição por $\frac{5}{4}$.

Logo, como $12 \div \frac{5}{4} = 12 \times \frac{4}{5} = 9,6$, após o ajuste de $1,25$ na velocidade, o tempo de exibição se reduz para 9 minutos e $\frac{6}{10} \times 60 = 36$ segundos, ou seja, 9 minutos e 36 segundos.

---

9. Um professor deseja sortear um livro entre os 20 estudantes de uma turma, de acordo com seus respectivos números no diário de classe, de 1 a 20. No momento do sorteio, o professor percebeu a ausência da aluna Sandra, cujo número no diário é o 16. Com essa ausência, combinou com os demais alunos que, se for sorteada a bola com o número 16, haverá um novo sorteio sem essa bola na urna.

Qual é a probabilidade de André, cujo número no diário é 1, ser sorteado?

(A) $\frac{1}{380}$

(B) $\frac{1}{20}$

(C) $\frac{1}{19}$

(D) $\frac{1}{16}$

(E) $\frac{1}{10}$

Solução da questão 9
Resposta: C

É indiferente ter ou não a bola com o número 16 na urna. Nesse caso, se essa bola não interessa ao sorteio, André será sorteado com probabilidade igual a $\frac{1}{19}$.

Uma outra forma de resolver o problema sugere considerar duas possibilidades para André ser o ganhador do livro: sair a bola com o número 1 ou a bola com o número 16 na primeira retirada.

O primeiro caso tem probabilidade igual a $\frac{1}{20}$, e o segundo, probabilidade igual a $\frac{1}{20} \times \frac{1}{19} = \frac{1}{380}$.

Portanto, André ganha o livro com probabilidade igual a $\frac{1}{20} + \frac{1}{380} = \frac{1}{19}$.

---

10. Os números $x_1, x_2, x_3, x_4, ...$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. Sabendo que $x_2 = 8$, a média aritmética entre x_1, x_2 e x_3 é

(A) 6.

(B) 8.

(C) 10.

(D) 24.

(E) impossível determinar.

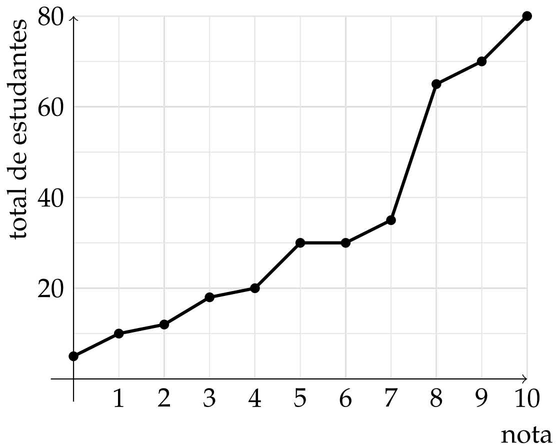
Solução da questão 10
Resposta: B

Se r é a razão da progressão aritmética, então $x_1 = x_2 - r$ e $x_3 = x_2 + r$.

Logo, a média aritmética de x_1, x_2 e x_3 é igual a $\dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \dfrac{x_2 - r + x_2 + x_2 + r}{3} = x_2 = 8$.

---

11. O gráfico de frequências acumuladas abaixo mostra a performance de um grupo de 80 estudantes em uma prova final de matemática. As notas são apenas números naturais de 0 a 10.



É correto afirmar que:

(A) Mais estudantes tiveram nota menor ou igual a 7 do que acima de 7.

(B) Nenhum estudante tirou a nota 4.

(C) 10% dos estudantes tiveram nota 10.

(D) 30% dos estudantes ficaram com a nota abaixo de 5.

(E) 75% dos estudantes tiveram nota acima de 4.

Solução da questão 11
Resposta: E

Opção (A) é falsa, pois pelo gráfico, menos de 40 alunos tiveram notas inferiores a 7 ou igual a 7, donde mais que 40, ou seja, mais da metade foram acima de 7.

Opção (B) é falsa, que mostra o próprio gráfico.

Opção (C), é falsa, pois temos 10 alunos com notas iguais 10, ou seja, $12,5\%$.

Opção (D) é falsa, pois foram 20 alunos, ou seja, 25%.

Opção (E) é verdadeira, pois 60 alunos tiveram notas superiores a 4, ou seja, $\dfrac{60}{80} = \dfrac{3}{4} = 75\%$.

---

12. Os possíveis valores de $m \in \mathbb{R}$, para que se tenha sen $x = \dfrac{m-1}{m}$ e cos $x = \dfrac{m-2}{m}$, para algum $x \in \mathbb{R}$, são:

(A) 1 e 2.

(B) 5 e 6.

(C) 3 e 4.

(D) 2 e 3.

(E) 1 e 5.

Solução da questão 12
Resposta: E

Se sen $x = \dfrac{m-1}{m}$ e cos $x = \dfrac{m-2}{m}$, então $\left(\dfrac{m-1}{m}\right)^2 + \left(\dfrac{m-2}{m}\right)^2 = 1$.

Logo $(m-1)^2 + (m-2)^2 = m^2$, ou seja, $m^2 - 6m + 5 = 0$ e assim $m = 1$ ou $m = 5$.

No caso $m = 1$, sen $x = 0$ e cos $x = -1$ e no caso $m = 5$, sen $x = \dfrac{4}{5}$ e cos $x = \dfrac{3}{5}$.

---

13. O conjunto dos valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $(\alpha - 2)x^2 + (\alpha - 5)x + 1 = 0$ tem solução única é

(A) $\{2, 3, 11\}$.

(B) $\{5, 12, 13\}$.

(C) $\{2, 6, 13\}$.

(D) $\{1, 7, 14\}$.

(E) $\{2, 8, 15\}$.

Solução da questão 13
Resposta: A

Se $\alpha = 2$, obtemos $-3x + 1 = 0$, logo a equação possui solução única.

No caso $\alpha \neq 2$, temos que a equação tem solução única se, e somente se,

$\Delta = (\alpha - 5)^2 - 4(\alpha - 2) = \alpha^2 - 14\alpha + 33 = 0$. Logo $\alpha = 3$ ou 11. Portanto, $\alpha = 2, 3$ ou 11.

---

14. Considere um triângulo retângulo de perímetro 30 e hipotenusa de medida 13. Sendo b e c as medidas dos catetos, o valor absoluto $|b - c|$ é igual a

(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 7.

(E) 8.

Solução da questão 14
Resposta: D

Como $p = 13 + b + c = 30$ tem-se que $b + c = 17$. Além disso, $b^2 + c^2 = 13^2 = 169$ e assim $b^2 + (17 - b)^2 = 169$.

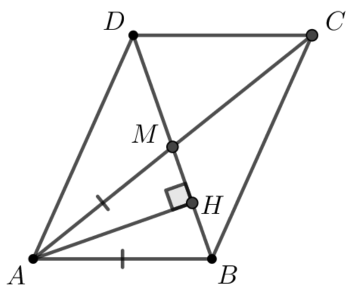
Assim segue que $2b^2 - 34b + 120 = 0$, ou equivalentemente, $b^2 - 17b + 60 = 0$.

Logo, $b = 12$ ou $b = 5$ e, respectivamente, $c = 5$ ou $c = 12$.

Portanto, $|b - c| = 7$.

---

15. O paralelogramo $ABCD$ da figura tem área 8, com MA e AB congruentes.



A área do triângulo AHD é

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 3,5.

(E) 4.

Solução da questão 15
Resposta: C

Se a área do paralelogramo é 8, temos que a área do triângulo ABD é igual a 4.

Os triângulos ABD e AHD possuem a mesma altura, logo a área de AHD será multiplicada pela fração $\dfrac{\overline{DH}}{\overline{DB}}$.

O ponto H é médio de MB e como a medida de DM é a mesma de MB, temos que $\dfrac{\overline{DH}}{\overline{DB}} = \dfrac{3}{4}$

Portanto área pedida é igual a $4 \times \dfrac{3}{4} = 3$.

Solução Alternativa

As diagonais do paralelogramo se cortam ao meio no ponto M, logo determinam quatro triângulos de mesma área.

Como o paralelogramo tem área 8, cada um desses triângulos tem área 2. Como o triângulo ABM é isósceles, a altura AH é mediana, ou seja, H é o ponto médio de BM.

Logo, a área de $AHM = 1$, e a área de $AHD = 1 + 2 = 3$.

16. Em uma urna há 5 bolas azuis e 3 bolas vermelhas e que se diferenciam apenas nas cores. Duas bolas são retiradas, uma de cada vez e sem reposição. Qual a probabilidade de a segunda ser vermelha?

(A) $\frac{5}{56}$

(B) $\frac{1}{56}$

(C) $\frac{3}{8}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) $\frac{2}{5}$

Solução da questão 16
Resposta: C

Temos duas possibilidades:

(I) A primeira azul e a segunda vermelha: $\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$

(II) A primeira vermelha e a segunda vermelha: $\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$

Logo a resposta é $\frac{15}{56} + \frac{6}{56} = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$.

Solução Alternativa

Total de possibilidades de retiradas de bolas: $8 \times 7 = 56$.

Para a segunda retirada ser vermelha, teremos para a primeira retirada 7 bolas, ou seja, $7 \times 3 = 21$ possibilidades, já que são 3 bolas vermelhas .

Logo a resposta é $\frac{21}{56} = \frac{3}{8}$.

---

17. O resultado da divisão x/y, com x e y reais e positivos, triplica quando subtraímos 15 de y e mantemos o valor de x. O valor de y está no intervalo

(A) $[0, 5)$.

(B) $[5, 10)$.

(C) $[10, 20)$.

(D) $[20, 25)$.

(E) $[25, +\infty)$.

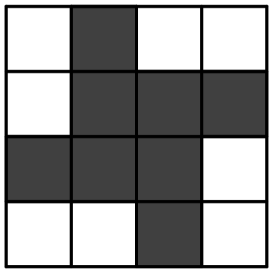
Solução da questão 17
Resposta: D

Temos que $\frac{x}{y-15} = 3 \cdot \frac{x}{y}$, logo $y = 3(y - 15)$ e assim $y = \frac{45}{2} = 22,5$.

Portanto $y \in [20, 25)$.

---

18. A figura mostra um tabuleiro 4×4, formado por quadrados pretos ou brancos, que não se altera quando rotacionado de 90° para a esquerda ou para a direita.



Quantos tabuleiros 4×4, formados por quadrados pretos ou brancos, não se alteram quando rotacionado de 90° para a esquerda ou para a direita?

(A) 2^2

(B) 2^4

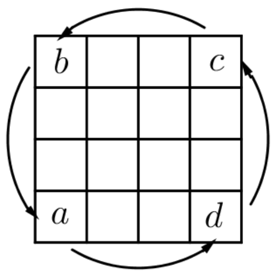
(C) 2^6

(D) 2^8

(E) 2^{16}

Solução da questão 18
Resposta: B

Observe os quadrados marcados com a, b, c e d na figura abaixo. Ao girar o tabuleiro para a esquerda, o quadrado a cairá sobre o d, o quadrado b cairá sobre o a, o c sobre o b e o d sobre o c. Assim, como o tabuleiro não se altera com essa rotação, d deve ter a mesma cor de a, que deve ter a mesma cor de b e que deve ter a mesma cor de c.



Vamos chamar de A então a cor destes 4 quadrados a, b, c e d. Da mesma forma, há outros 3 grupos de quadrados que caem uns sobre os outros após uma rotação e, portanto, devem ter a mesma cor. Na figura abaixo, denotamos por B, C e D a cor destes quadrados.

A	B	C	A
C	D	D	B
B	D	D	C
A	C	B	A

Assim, para colorir o tabuleiro, precisamos escolher a cor *preta* ou *branca* para cada um destes 4 grupos de quadrados. Como são duas cores possíveis para cada grupo, como são 4 grupos e como as escolhas são independentes, temos então 2^4 possibilidades.

19. Dois postes verticais têm 8 metros e 10 metros de altura, respectivamente, e suas bases, apoiadas em um chão perfeitamente plano e horizontal, distam 20 metros entre si. Se um ponto do segmento que une as bases dos postes está à mesma distância dos topos dos postes, a distância em metros deste ponto à base do poste mais baixo é

(A) 10,9.

(B) 10.

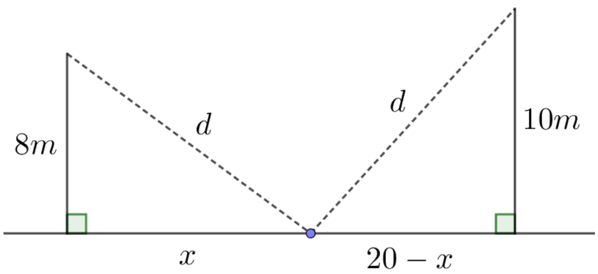
(C) $10 - 2\sqrt{5}$.

(D) $10 + 2\sqrt{5}$.

(E) 11.

Solução da questão 19
Resposta: A

Vamos chamar de x a distância entre o ponto e a base do poste de altura 8m, como na figura abaixo. Assim, a distância do ponto à base do poste de altura 10m será dada por $20 - x$. Como as distâncias entre o ponto e os topos dos dois postes são iguais, vamos chamá-las de um mesmo d.



Aplicando o Teorema de Pitágoras aos dois triângulos retângulos da figura, temos

$$d^2 = 8^2 + x^2 \quad \text{e} \quad d^2 = (20 - x)^2 + 10^2.$$

Com isso,

$$8^2 + x^2 = (20 - x)^2 + 10^2,$$

logo

$$64 + x^2 = 400 - 40x + x^2 + 100,$$

e então

$$40x = 436,$$

que nos dá

$$x = \frac{436}{40} = 10{,}9.$$

Note que é exatamente esta a distância em metros pedida.

20. A diferença entre dois números **positivos** é 2 e o produto é 1. A soma destes dois números é igual a

(A) 2.

(B) $2+2\sqrt{2}$.

(C) $2-2\sqrt{2}$.

(D) $2\sqrt{2}$.

(E) $-2\sqrt{2}$.

Solução da questão 20
Resposta: D

Sejam x e y dois números tais que $x-y=2$ e $xy=1$.

Então $y=x-2$ e assim temos que $x(x-2)=1$, ou seja, $x^2-2x-1=0$.

Como x deve ser positivo segue que $x=1+\sqrt{2}$.

Portanto $y=x-2=-1+\sqrt{2}$ e $x+y=2\sqrt{2}$.

Solução Alternativa

Sejam x e y dois números reais positivos tais que $x-y=2$ e $xy=1$.

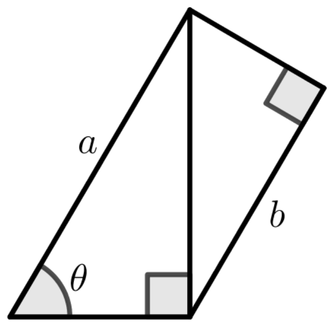
Então $x^2-2xy+y^2=4$ e $4xy=4$.

Somando, obtemos $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=8$.

Como x e y são positivos, segue que $x+y=2\sqrt{2}$.

---

21. Na figura abaixo, dois triângulos retângulos estão justapostos de maneira que os segmentos de medidas a e b destacados são paralelos.



O valor de $\operatorname{sen}\theta$ é igual a

(A) $\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

(B) $\dfrac{b}{a}$

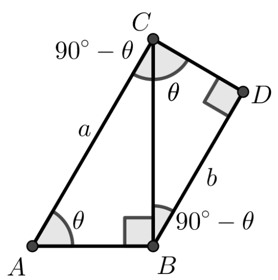
(C) $a - b$

(D) $\dfrac{a}{b}$

(E) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Solução da questão 21
Resposta: A

Vamos nomear os pontos da figura de acordo com a imagem abaixo:



Temos que $A\hat{C}B = 90^\circ - \theta$. Como AC e BD são paralelas, temos então $C\hat{B}D = A\hat{C}B = 90^\circ - \theta$. Com isso, $B\hat{C}D = \theta$.
Observando o triângulo retângulo ABC vemos que

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\overline{BC}}{a},$$

logo $\overline{BC} = a\operatorname{sen}\theta$.
Observando agora o triângulo retângulo BCD vemos que

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{\overline{BC}} = \frac{b}{a\operatorname{sen}\theta},$$

logo

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{a\operatorname{sen}\theta},$$

e então

$$(\operatorname{sen}\theta)^2 = \frac{b}{a},$$

e portanto

$$\operatorname{sen}\theta = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

22. Quantos são os anagramas da palavra **EDITAR** em que as vogais aparecem na ordem alfabética?

(A) $\dfrac{6!}{3!\,3!}$

(B) $\dfrac{6!}{2!\,3!}$

(C) $\dfrac{6!}{2!\,2!}$

(D) $\dfrac{6!}{3!}$

(E) $\dfrac{6!}{2!}$

Solução da questão 22
Resposta: D

Escolha das posições para as três vogais : $C_6^3 = \dfrac{6!}{3!\,3!}$

Devemos agora multiplicar este resultado pela permutação das outras 3 letras, ou seja, 3!

Logo a resposta é $\dfrac{6!}{3!}$.

Solução Alternativa

O total de anagramas da palavra **EDITAR** é 6!

Desta permutações só queremos aquelas em que as vogais estão em ordem alfabética

Como há 3! anagramas das vogais, logo a resposta é $\dfrac{6!}{3!}$.

---

23. Se uma esfera de raio r e um cubo de aresta a possuem o mesmo volume, então temos que $\dfrac{r}{a}$ é igual a

(A) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}$.

(B) $\sqrt[3]{\dfrac{4\pi}{3}}$.

(C) $\sqrt[3]{\dfrac{4}{3\pi}}$.

(D) $\sqrt[3]{\dfrac{3\pi}{4}}$.

(E) $\dfrac{4\pi}{3}$.

Solução da questão 23
Resposta: A

Lembre que o volume da esfera de raio r é igual a $\dfrac{4\pi r^3}{3}$ e o volume do cubo de aresta a é igual a a^3.

Logo temos que $\dfrac{4\pi r^3}{3} = a^3$ e assim $\dfrac{r^3}{a^3} = \dfrac{3}{4\pi}$, ou seja, $\left(\dfrac{r}{a}\right)^3 = \dfrac{3}{4\pi}$.

Portanto $\dfrac{r}{a} = \sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}$.

---

24. Se as equações do segundo grau $x^2 - (m+n)x + n - 3 = 0$ e $6x^2 - 2nx + 3m + 2n = 0$ têm as mesmas raízes, então $m^2 + n^2$ é

(A) um número par.

(B) um quadrado perfeito.

(C) um número primo.

(D) um cubo perfeito.

(E) um múltiplo de 4.

Solução da questão 24
Resposta: C

Os coeficientes correspondentes das equações devem estar multiplicados por uma mesma constante, ou seja :

$$\begin{cases} -2n = -6(m+n) \text{ e} \\ 3m + 2n = 6(n-3) \end{cases}$$

cujo sistema é equivalente a

$$\begin{cases} 3m = -2n \text{ e} \\ 3m + 2n = 6n - 18 \end{cases}$$

concluímos então que $m = -2$ e $n = 3$

Logo $m^2 + n^2 = 13$.

---

25. Se duplicarmos a aresta de um cubo, o seu volume aumenta

(A) 100%.

(B) 200%.

(C) 400%.

(D) 700%.

(E) 800%.

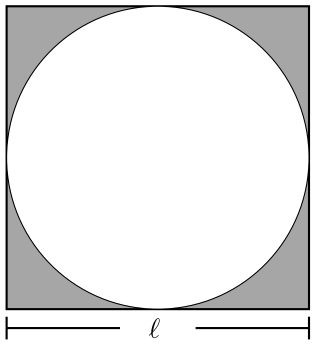
Solução da questão 25
Resposta: D

Ao dobrarmos a aresta de um cubo, o volume ficará multiplicado por $2^3 = 8$

Ou seja, o novo volume será aumentado de 7 vezes, que é equivalente a 700% .

---

26. Na figura abaixo temos um círculo inscrito em um quadrado de lado ℓ.



Se Q é a área do quadrado e S é a área sombreada, então temos que $\dfrac{S}{Q}$ é igual a

(A) π.

(B) $\dfrac{\pi}{4}$.

(C) $\dfrac{3\pi}{4}$.

(D) $\dfrac{4}{4-\pi}$.

(E) $\dfrac{4-\pi}{4}$.

Solução da questão 26
Resposta: E

Temos que $Q = \ell^2$ e $S = \ell^2 - \pi\left(\dfrac{\ell}{2}\right)^2 = \ell^2\left(1-\dfrac{\pi}{4}\right)$. Portanto $\dfrac{S}{Q} = 1 - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{4-\pi}{4}$.

---

27. Quantos são os inteiros positivos de 3 dígitos sem o algarismo 7?

(A) 648

(B) 729

(C) 448

(D) 576

(E) 512

Solução da questão 27
Resposta: A

Temos que escolher os dígitos dentre 9 algarismos, visto que o 7 não aparecerá. Para o dígito da centena, teremos 8 possibilidades, 9 para o da dezena e 9 para o da unidade.

Pelo princípio multiplicativo a resposta é $8 \times 9 \times 9 = 648$.

---

28. Se a e b são números inteiros tais que $2a^2 + 5b^2 + 12a - 40b + 98 = 0$, então $a^2 + b^2$ é

(A) um número primo.

(B) divisível por 3.

(C) divisível por 4.

(D) um cubo perfeito.

(E) um quadrado perfeito.

Solução da questão 28
Resposta: E

Temos $2a^2 + 5b^2 + 12a - 40b + 98 = 2(a^2 + 6a + 9) + 5(b^2 - 8b + 16) = 2(a+3)^2 + 5(b-4)^2$.

Logo $2a^2 + 5b^2 + 12a - 40b + 98 = 0$ se, e somente se, $2(a+3)^2 + 5(b-4)^2 = 0$.

Portanto $a = -3$, $b = 4$ e assim $a^2 + b^2 = 25$ que é um quadrado perfeito.

---

29. Quantos cubos perfeitos existem entre 101 e 1001?

(A) 5.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 8.

(E) 9.

Solução da questão 29
Resposta: B

Os cubos perfeitos entre 101 e 1001 são: $5^3 = 125, 6^3 = 216, 7^3 = 343, 8^3 = 512, 9^3 = 729$ e $10^3 = 1000$.

Portanto há 6 cubos perfeitos entre 101 e 1001.

---

30. 4 pessoas trabalhando 6 horas por dia, terminam uma tarefa em 5 dias. Mantendo o mesmo ritmo de trabalho, quantos dias levariam 3 pessoas, trabalhando 8 horas por dia, para fazer a mesma tarefa?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

(E) 6.

Solução da questão 30
Resposta: D

Sejam p, h e d, o total de pessoas, o total de horas trabalhadas por dia e o total de dias trabalhados, respectivamente.

Observe que d é inversamente proporcional a p e inversamente proporcional a h, ou seja, $d = \dfrac{k}{p \cdot h}$.

Pelo enunciado temos que $5 = \dfrac{k}{4 \cdot 6}$, assim $k = 120$.

Temos então que $d = \dfrac{120}{p \cdot h}$.

Para $p = 3$ e $h = 8$, teremos $d = \dfrac{120}{3 \cdot 8} = 5$.